

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

#### 2.1. Pemilihan Supplier dan Alokasi Order

Pemilihan supplier berpotensi memiliki dampak signifikan terhadap kinerja berlangsungnya perusahaan (Herbon dkk, 2012). Dampak yang signifikan dapat terasa pada keuangan perusahaan. Hal ini tidak dapat dapat dengan mudah diabaikan karena melakukan kontrak pada supplier yang tepat dan terbaik dapat menyebabkan pengurangan biaya yang signifikan (Asamoah dkk, 2012). Salah satu biaya utama dalam proses manajemen produksi adalah total omset pembelian yang biasanya berkisar antara 50-90% (Mirabi dkk, 2010). Oleh karena itu, pemilihan supplier juga merupakan masalah yang penting bagi perusahaan (Gnanasekaran dkk, 2006).

Selama dua dekade terakhir, masalah tentang pemilihan supplier telah banyak diteliti (Kang dan Lee, 2010), dipelajari dan diselidiki secara ekstensif oleh sejumlah peneliti (Karsak dan Ece, 2012). Meskipun penelitian supplier berlimpah, namun terdapat perbedaan pada masing-masing penelitian yang terletak pada metode yang digunakan. Metode yang digunakan disesuaikan dengan tujuan dan objek yang diteliti.

Penelitian yang dilakukan oleh Kang dan Lee (2010) mengacu pada penelitian-penelitian sebelumnya. Dalam evaluasi supplier diperlukan metode evaluasi sebagai alat dalam proses mengevaluasi supplier yang telah ada. Banyak metode evaluasi supplier yang ada namun dalam penelitian yang dilakukan oleh Kang dan Lee (2010), metode penelitian yang digunakan adalah terbatas pada metode *Analytic Hierarchy Process* (AHP) dan *Data Envelopment Analysis* (DEA). Metode ini dipilih karena konteks penelitian pada karakteristik kinerja subjektif dan objektif secara bersamaan dalam proses evaluasi supplier baru. Metode AHP dapat menangani kriteria kualitatif dan kuantitatif dan dapat dengan mudah dipahami dan diterapkan oleh banyak masalah sehingga dapat digunakan untuk pengambilan keputusan bisnis. Penggabungan antara AHP dan DEA akan menghasilkan efisiensi evaluasi (Yoo, 2003). Dalam penelitian Kang dan Lee (2010) ini AHP diterapkan untuk mengukur bobot faktor keberhasilan pada *total quality management* (TQM) dan untuk menghasilkan data input dan output dan DEA kemudian digunakan untuk mengevaluasi efisiensi TQM.

Berbeda dengan penelitian yang dilakukan oleh Mafakheri dkk (2011) dimana terdapat tiga kendala yaitu demand, kapasitas dan persediaan sehingga menerapkan dua langkah untuk pemilihan supplier dan alokasi order yaitu pertama untuk mengatasi keputusan kriteria yang beragam dalam penentuan urutan supplier menerapkan metode AHP. Hasil AHP yang berupa urutan supplier merupakan input pada model alokasi order dengan memaksimalkan fungsi utilitas perusahaan dan meminimalkan total biaya supply chain. Pada langkah kedua ini menggunakan pendekatan *dynamic programming* yang dapat menentukan kuantitas optimal untuk pembelian pada masing-masing supplier. Model untuk alokasi order ini adalah model optimisasi bi-objektif dimana akan dicari maksimum total *value of purchase* dan minimum *total cost of purchase*.

Penelitian yang diteliti oleh Nazari-Shirkouhi dkk (2013) yang bertujuan untuk memecahkan masalah mengenai pemilihan supplier dan alokasi order dalam tingkat harga dan produk yang beragam. Terkadang untuk memenuhi demand dibutuhkan lebih dari satu supplier sehingga muncul masalah baru yaitu agar alokasi pada supplier terbaik mana yang harus dipilih dan mendaoatkan jumlah order yang optimal dari masing-masing supplier sesuai dengan kemampuan supplynya. Pemecahan masalah ini menggunakan 2 fase *fuzzy multi-objective linear programming* dengan tujuan untuk meminimalkan total biaya pembelian, jumlah unit yang cacat dan keterlambatan pengiriman.

Meixner (2009) dalam penelitiannya menerapkan *fuzzy AHP* untuk mengevaluasi sumber energi dikarenakan *fuzzy AHP* dapat diterapkan pada pengambilan keputusan masalah yang kompleks.

Patil (2014) berfokus pada penelitian kriteria dan metode pemilihan supplier yang telah diterapkan pada penelitian sebelumnya. Menurut Patil (2014), dari ulasan kriteria yang telah diidentifikasi pada penelitian 1966-2012 bahwa kualitas merupakan faktor penting dimana diikuti oleh pengiriman, harga, reputasi, organisasi, kemampuan teknis, layanan purna jual, posisi keuangan dan manajemen. Sedangkan untuk metode yang sering digunakan adalah DEA, AHP dan pemrograman secara matematis, namun pada abad ke-20 para peneliti mulai menggunakan konsep *fuzzy* dikarenakan metode yang menantang membantu peneliti dalam pengambilan keputusan pemecahan masalah pemilihan supplier (Patil, 2014).

Penelitian yang dilakukan oleh Ho dkk (2010) mengenai pemilihan supplier global ini menggunakan 2 metode yaitu *fuzzy AHP* dan *fuzzy goal programming*. *Fuzzy AHP* digunakan untuk mempermudah mengevaluasi supplier dalam jumlah yang besar dari kriteria kualitatif, sedangkan *fuzzy goal programming* digunakan untuk pengambilan keputusan dalam menentukan jumlah pesanan yang sesuai pada kemampuan supplier. Menurut Ho dkk (2010) dalam jurnal (Prasad dkk, 2010) meninjau artikel tentang pemilihan supplier 2000-2008 dan mereka menyimpulkan bahwa kriteria yang paling populer yang dipertimbangkan oleh para pengambil keputusan adalah kualitas, diikuti dengan pengiriman, harga atau biaya, kemampuan manufaktur, jasa, dan manajemen.

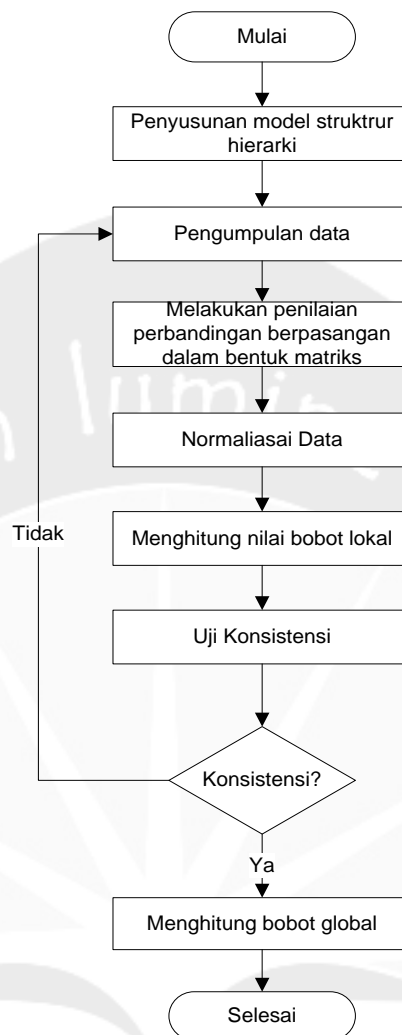
## **2.2. Analytic Hierarchy Process (AHP)**

### **2.2.1. Gambaran umum metode AHP**

*Analytic Hierarchy Process* (AHP) merupakan pendekatan yang dasar dalam pengambilan keputusan yang diperkenalkan oleh Thomas L. Saaty pada tahun 1980. Tujuan dari AHP adalah untuk membantu dalam mengorganisasikan pemikiran dan penilaian sehingga diperoleh keputusan yang lebih efektif (Saaty, 1994). AHP dapat mengarahkan bagaimana menentukan prioritas dari serangkaian alternatif dan kepentingan relatif atribut dalam sebuah masalah *Multi Criteria Decision Making* (MCDM) (Saaty, 1994 dan Huang dkk, 2014). AHP sering diterapkan sebagai alat pengambilan keputusan karena sederhana dan mudah diterapkan. Dasar ide metode AHP adalah mengubah penaksiran subjektif dari kepentingan relatif menjadi sebuah set nilai dan bobot keseluruhan (Asamoah dkk, 2012). Selain itu, AHP adalah sebuah metode yang fleksibel yang dapat membantu menentukan prioritas dan keputusan yang terbaik ketika kedua aspek kuantitatif dan kualitatif menjadi pertimbangan (Saaty, 1994 dan Jounio, 2013). Konsep AHP dimulai dari konsep tradisional dari urutan peringkat untuk membagi atas tingkatan-tingkatan sebuah hierarki dan kemajuan lebih lanjut dari AHP adalah perbandingan berpasangan numerik dari sebuah elemen data dengan elemen lainnya di setiap level (Saaty, 1994).

### **2.2.2. Langkah-langkah dalam AHP**

Gambar 2.1 merupakan langkah-langkah dalam metode AHP.



**Gambar 2.1. Langkah-langkah dalam metode AHP**

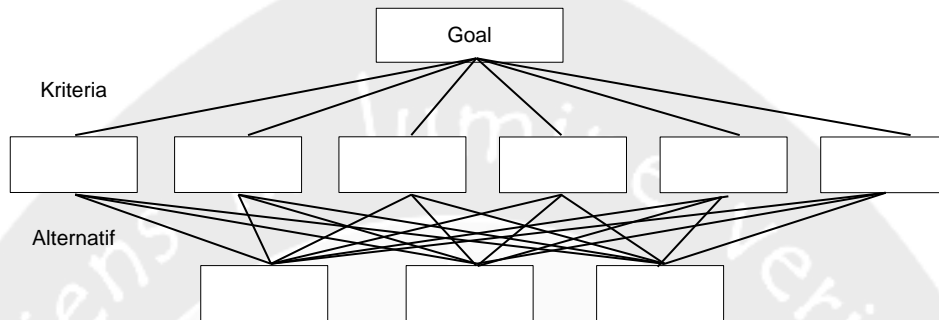
a. Penyusunan model struktur hierarki

Pada langkah ini, masalah yang ada akan dimodelkan dalam struktur hierarki. Struktur tersebut berdasarkan observasi dalam memahami permasalahan yang ada. Permasalahan yang ada ditransmisikan ke dalam bentuk aritmatik (Saaty, 1994). Sedangkan hierarki merupakan alat yang dasar digunakan untuk mengatasi keragaman dan memecahkan sistem yang kompleks (Saaty, 1994).

Menurut Saaty, terdapat 2 tujuan mengatur tujuan, atribut, isu, *stakeholders* dalam hierarki yaitu memberikan gambaran menyeluruh dari hubungan yang kompleks yang melekat dalam situasi maupun proses penilaian dan

memungkinkan pengambil keputusan untuk menilai apakah pengambil keputusan membandingkan isu dari urutan yang sama besarnya.

Struktur keputusan yang sederhana dari sebuah masalah yaitu hierarki yang terdiri dari 3 level yaitu tujuan, kriteria dan alternatif (Saaty, 1994). Tiga level sederhana dapat ditunjukkan pada Gambar 2.2 berikut ini.



**Gambar 2.2. Tiga Level Sederhana Sebuah Struktur Hierarki**

(Sumber: Saaty, 1994)

Namun sebenarnya elemen tersebut dapat dikembangkan atau dipecah menjadi sub elemen dan dapat dieleminiasi maupun ditambah kembali level hierarkinya.

b. Melakukan penilaian perbandingan berpasangan dalam bentuk matriks

Dalam penggunaan AHP dalam sebuah metode permasalahan, dibutuhkan sebuah hierarki untuk merepresentasikan permasalahan yang ada, serta perbandingan berpasangan untuk membangun hubungan dalam struktur. (Saaty, 1994) Penilaian perbandingan berpasangan dalam AHP diaplikasikan untuk pasang elemen homogen. Penilaian perbandingan berpasangan ini menggunakan skala dasar numerik menurut Saaty yang ditunjukkan pada Tabel 2.1. Skala numerik tersebut telah tervalidasi dalam keefektifannya dalam perbandingan elemen homogen (Saaty, 1994) sehingga dapat membedakan intensitas antar elemennya.

**Tabel 2.1. Skala Numerik Penilaian Perbandingan Berpasangan**

Skala Numerik	Definisi
1	Kedua elemen <b>sama</b> pentingnya
3	Elemen yang satu <b>sedikit lebih penting</b> dibanding elemen lainnya
5	Elemen yang satu <b>sangat penting</b> dibanding elemen lainnya
7	Satu elemen <b>jelas lebih penting</b> dibanding elemen lainnya
9	Satu elemen <b>mutlak lebih penting</b> dibanding elemen lainnya
2, 4, 6, 8	<b>Nilai-nilai diantara kedua</b> derajat kepentingan yang berdekatan

(Sumber : Saaty,1994)

Hasil dari penilaian perbandingan berpasangan tersebut tertuang dalam sebuah matriks  $A$  berukuran  $n \times n$ . Bentuk matriks perbandingan berpasangan ditunjukkan pada Gambar 2.3.

C	$A_1$	$A_2$	...	$A_n$
$A_1$	1	$a_{12}$	...	$a_{1n}$
$A_2$	$a_{21}$	1	...	$a_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$A_n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$	...	1

**Gambar 2.3. Matriks Perbandingan Berpasangan**

Pada matriks  $A_{n \times n}$ , nilai perbandingan berpasangan  $A_i$  terhadap  $A_j$  adalah  $a_{ij}$ . Namun, apabila matriks  $A$  dinyatakan dengan  $W$  maka nilai  $a_{ij}$  adalah  $\frac{w_i}{w_j}$  sehingga matriks perbandingan berpasangan dapat ditanyakan pada Gambar 2.4.

C	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	...	A <sub>n</sub>
A <sub>1</sub>	$\frac{w_1}{w_1}$	$\frac{w_1}{w_2}$	...	$\frac{w_1}{w_n}$
A <sub>2</sub>	$\frac{w_2}{w_1}$	$\frac{w_2}{w_2}$	...	$\frac{w_2}{w_n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A <sub>n</sub>	$\frac{w_n}{w_1}$	$\frac{w_n}{w_2}$	...	$\frac{w_n}{w_n}$

**Gambar 2.4. Matriks Perbandingan Berpasangan dengan Nilai W**

(Sumber: Saaty, 1994)

Nilai  $\frac{w_1}{w_n}$  merupakan nilai perbandingan antara elemen 1 dan elemen n. Nilai  $\frac{w_1}{w_n}$  juga menggambarkan seberapa penting elemen 1 pada level tersebut dibanding elemen n. Begitu pula dengan nilai lainnya dalam matriks perbandingan berpasangan.

Penilaian perbandingan berpasangan yang melibatkan lebih dari satu *expert* akan menghasilkan penilaian yang berbeda-beda. Hasil penilaian setiap *expert* akan digabungkan menjadi satu nilai perbandingan berpasangan yang mewakili semua hasil penilaian. Penggabungan tersebut dilakukan dengan cara mencari nilai rata-rata. Menurut Saaty (1994), metode perataan yang digunakan adalah metode *Geometric Mean*.

Masing-masing nilai untuk setiap pasangan dikalikan dan hasil perkalian tersebut diakar sesuai dengan jumlah *expert* merupakan *geometric mean*. Secara matematis formulasi *geometric mean* dituliskan sebagai berikut (Saaty, 1994):

$$\mu_{ij} = \sqrt[n]{\alpha_{ij1} \alpha_{ij2} \dots \alpha_{ijn}} \quad (2.1)$$

dimana :

$\mu_{ij}$  = *Geometric Mean* baris ke-i kolom ke-j

n = jumlah *expert*

c. Normalisasi data

Normalisasi data yang ada dengan cara membagi setiap nilai dalam matriks perbandingan berpasangan dengan nilai total dari kolom yang bersangkutan.

Normalisasi setiap kolom dalam matriks berbandingan berpasangan secara matematis dapat dihitung dengan rumus berikut ini (Medoza, 2007):

$$r_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{\sum_{i=1}^n \alpha_{ij}} \quad (2.2)$$

dimana:

$r_{ij}$  = hasil pembagian nilai baris ke-i kolom ke-j dengan total nilai kolom ke-j

$\alpha_{ij}$  = nilai perbandingan berpasangan baris ke-i kolom ke-j

$\sum_{i=1}^n \alpha_{ij}$  = total nilai perbandingan berpasangan kolom ke-j

d. Menghitung nilai bobot lokal

Perhitungan nilai bobot lokal dilakukan dengan menghitung *eigenvector* dan *eigenvalue*.

*Eigenvector* merupakan bobot rasio dari masing-masing faktor sedangkan *eigenvalue* merupakan nilai dari hasil pembagian antara perkalian matriks dan *eigenvector* dengan nilai *eigenvector* tersebut. Secara matematis *eigenvector* dan *eigenvalue* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$A \cdot w = \lambda \cdot w \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

dimana :

$A$  = matriks

$w$  = *eigenvector*

$\lambda$  = *eigenvalue*

e. Uji konsistensi

Pengujian ini dilakukan untuk memeriksa apakah data yang diperoleh sudah valid atau belum. Data yang valid tercermin dalam data yang telah konsisten. Data dapat ditanyakan konsisten jika nilai *Consistency Ratio* (CR)  $\leq 0.10$ . Jika nilai tersebut tidak kurang dari 0.10, maka mempelajari dan meninjau ulang permasalahannya dan harus dilakukan revisi penilaian dari setiap *expert* (Saaty, 1994). Nilai *Consistency Ratio* (CR) dapat dihitung dari pembagian nilai *Consistency Index* (CI) dengan nilai *Random Consistency Index* (RI).



Nilai *Consistency Index* (CI) terbentuk dari perhitungan:

$$CI = \frac{(\lambda_{max} - n)}{(n-1)} \quad (2.5)$$

dimana:

$CI$  = *Consistency Index* / Indeks konsistensi

$\lambda_{max}$  = *eigenvalue* maksimum

$n$  = ordo matriks

Nilai rata-rata *Random Index* (RI) menurut Saaty (1994) dapat dilihat pada Tabel 2.2.

**Tabel 2.2. Nilai *Random Consistency Index* (RI)**

Ordo matrix (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Random Consistency Index</i> (RI)	0	0	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49

Sumber : Saaty, 1994

sehingga  $CR = CI / RI$  (2.6)

Proses pengujian konsistensi ini dilakukan berulang kali pada setiap tingkat hierarki.

f. Menghitung nilai bobot global

Nilai bobot global dapat dihitung dengan cara mengalikan nilai bobot kriteria, nilai bobot sub kriteria dan nilai bobot alternatif.

### 2.3. Fuzzy Analytic Hierarchy Process (AHP)

#### 2.3.1. Gambaran umum teori *fuzzy* dan Triangular *Fuzzy Number* (TFN)

a. Teori *Fuzzy*

Pertama kali teori *fuzzy* set dikenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965, yang berorientasi pada rasionalitas ketidakpastian akibat dari ketidaktepatan atau ketidakjelasan (Kahraman dkk, 2003). Teori himpunan *fuzzy* menyerupai penalaran manusia dalam penggunaan informasi perkiraan dan ketidakpastian untuk menghasilkan keputusan (Kahraman dkk, 2003). Teori himpunan *fuzzy* juga mengimplementasikan kelas atau pengelompokan data dengan batas-batas yang tidak ditentukan dengan jelas atau kabur (Kahraman dkk, 2003).

Dalam *fuzzy set terminology* seperti yang dikemukakan Barbarosoglu dan Yazgac (1997) dalam Koul dan Verma (2011) dalam penelitiannya, nilai *fuzzy*

dideskripsikan dengan sebuah fungsi keanggotaan. Sebuah fungsi keanggotaan menggambarkan derajat dengan elemen-elemen dalam interval penilaian (Koul dan Verma, 2011). Interval penilaian tersebut adalah [0,1].

b. *Triangular Fuzzy Number* (TFN)

Bilangan *triangular fuzzy* disimbolkan dengan  $\tilde{M}$  yang terdiri dari interval  $l$  hingga  $u$ . *Triangular fuzzy number* terdiri dari nilai triplet ( $l$ ,  $m$  dan  $u$ ). Dimana  $l$  merupakan nilai *lower*,  $m$  nilai *middle* sedangkan  $u$  nilai *upper*. Nilai keanggotaan *triangular fuzzy number* dapat dinyatakan sebagai berikut: (Chang, 1996 dalam Meixner, 2009)

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l}, & x \in [l, m] \\ \frac{u-x}{u-m}, & x \in [m, u] \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.7)$$

Terdapat juga aturan-aturan dalam operasi aritmatika *triangular fuzzy number* (TFN) sebagai berikut:

Misalkan tedapat 2 TFN yaitu  $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$  dan  $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$  maka berlaku:

$$M_1 \oplus M_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2) \quad (2.8)$$

$$M_1 \ominus M_2 = (l_1 - l_2, m_1 - m_2, u_1 - u_2) \quad (2.9)$$

$$M_1 \otimes M_2 = (l_1 \cdot l_2, m_1 \cdot m_2, u_1 \cdot u_2) \quad (2.10)$$

$$\lambda \otimes M_2 = (\lambda \cdot l_2, \lambda \cdot m_2, \lambda \cdot u_2) \quad (2.11)$$

$$M_1^{-1} = (1/u_1, 1/m_1, 1/l_1) \quad (2.12)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = (l_1/u_2, m_1/m_2, u_2/l_2) \quad (2.13)$$

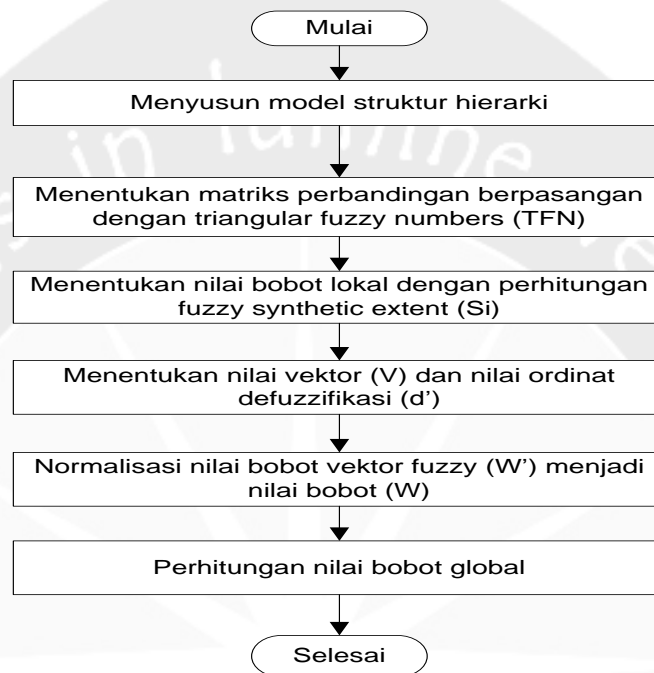
### 2.3.2. Gambaran umum metode FAHP

Metode FAHP merupakan alat pengambilan keputusan yang berdasarkan tercipta dari gabungan metode AHP dan pendekatan *fuzzy*. Pada awalnya *fuzzy* AHP diajukan oleh Laarhoven tahun 1983 dimana dilakukan perbandingan rasio *fuzzy* dengan keanggotaan TFN, dilanjutkan pada tahun 1985 Buckley mengembangkan *fuzzy* AHP dengan nilai fungsi keanggotaan secara trapezoidal dan dilanjutkan oleh Chang pada tahun 1996 mengembangkan *fuzzy* AHP dengan menggunakan TFN dalam skala matriks perbandingan berpasangan seperti AHP (Basuki, 2011). Metode FAHP dapat menangkap ketidakjelasan, (Kabir dan Hasin, 2011), ketidakpastian, ketidaktepatan dan permasalahan subjektivitas di dalam proses perbandingan berpasangan dengan tujuan untuk

lebih mendekati kenyataan sebenarnya (Rizaputra, 2009).

### 2.3.3. Langkah-langkah dalam FAHP

Langkah-langkah metode *Fuzzy Analytic Hierarchy Process* (FAHP) hampir sama dengan metode AHP. Langkah-langkah FAHP dapat ditunjukkan pada Gambar 2.5.



**Gambar 2.5. Langkah-langkah Metode *Fuzzy Analytic Hierarchy Process***

a. Menyusun model struktur hierarki

Penyusunan model struktur hierarki pada metode FAHP sama dengan proses penyusunan struktur pada metode AHP.

b. Menentukan matriks perbandingan berpasangan dengan *Triangular Fuzzy Numbers* (TFN)

Nilai *Triangular Fuzzy Numbers* (TFN) merupakan teori himpunan *fuzzy* yang membantu *expert* dalam melakukan penilaian perbandingan berpasangan sehingga nilai TFN dapat menunjukkan kesubjektifan penilaian dalam variabel linguistik dan dapat menunjukkan derajat yang pasti dari ketidakpastian (*fuzzy*). Nilai *Triangular Fuzzy Numbers* terbentuk atas dasar skala perbandingan berpasang pada metode AHP.

Nilai perbandingan berpasangan dengan *Triangular Fuzzy Numbers* (TFN) ini merepresentasikan skala Saaty sesuai dengan tingkat kepentingannya sebagai berikut:

$$\tilde{1} \equiv (1,1,1) \quad (2.14)$$

$$\tilde{x} \equiv (x-1, x, x+1) ; \forall x = 2,3,\dots, 8 \quad (2.15)$$

$$\tilde{9} \equiv (9,9,9) \quad (2.16)$$

Nilai derajat kepentingan dalam pengambilan keputusan sesuai dengan rumus TFN diatas dapat ditunjukkan melalui Tabel 2.3 berikut ini.

**Tabel 2.3. Nilai Derajat Kepentingan dan Perbandingan Berpasangan *Triangular Fuzzy Number* (TFN)**

Nilai Derajat Kepentingan	Keterangan	<i>Triangular Fuzzy Number</i> (TFN)	<i>Reciprocal of Triangular Fuzzy Number</i>
1	Kedua elemen <b>sama</b> pentingnya	(1,1,1)	(1,1,1)
3	Elemen yang satu <b>sedikit lebih</b> penting dibanding elemen lainnya	(2,3,4)	(1/4, 1/3 , 1/2)
5	Elemen yang satu <b>sangat</b> penting dibanding elemen lainnya	(4,5,6)	(1/6, 1/5 , 1/4)
7	Satu elemen <b>jelas lebih</b> penting dibanding elemen lainnya	(6,7,8)	(1/8, 1/7 , 1/6)
9	Satu elemen <b>mutlak lebih</b> penting dibanding elemen lainnya	(9,9,9)	(1/9, 1/9 , 1/9)
2, 4, 6, 8	Nilai-nilai <b>diantara</b> kedua derajat kepentingan yang berdekatan	(1,2,3), (3,4,5), (5,6,7) dan (7,8,9)	(1/3, 1/2 ,1), (1/5, 1/4, 1/3), (1/7, 1/6, 1/5) dan (1/9, 1/8, 1/7)

Sumber: Saaty , 1988 dan Huang dkk, 2014

Setelah dilakukan perbandingan berpasangan antar elemen sehingga hasil perbandingan tersebut akan membentuk sebuah matriks *fuzzy* AHP sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} (1,1,1) & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \dots & (1,1,1) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

dimana  $\tilde{a}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$  ,  $i = 1,2, \dots, n$  ,  $j = 1,2, \dots, n$

Setiap hasil penilaian *expert* akan membentuk satu matriks. Jika jumlah *expert* lebih dari satu maka dilakukan penggabungan matriks menjadi satu matriks perbandingan berpasangan dengan metode *geometric mean*.

Operasi *geometric mean* yang digunakan dalam metode *fuzzy AHP* adalah:

$$l_{ij} = \left( \prod_{k=1}^k l_{ijk} \right)^{\frac{1}{k}}, m_{ij} = \left( \prod_{k=1}^k m_{ijk} \right)^{\frac{1}{k}}, u_{ij} = \left( \prod_{k=1}^k u_{ijk} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (2.18)$$

Sumber : Davies, 1994 dalam Meixner, 2009

- c. Menentukan nilai bobot lokal dengan perhitungan *fuzzy synthetic extent* ( $S_i$ )  
Perhitungan *fuzzy synthetic extent* ( $S_i$ ) dalam penentuan nilai bobot lokal adalah:

$$\tilde{S}_i = \sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j \times \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j \right]^{-1} \quad (2.19)$$

dimana  $\sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j$  dapat diperoleh dengan menjumlahkan nilai *fuzzy M* ( $l, m, u$ ) dengan operasi penjumlahan pada setiap nilai triangular *fuzzy* dalam setiap baris. Secara matematis  $\sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j$  dinyatakan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j = \sum_{j=1}^m l_j, \sum_{j=1}^m m_j, \sum_{j=1}^m u_j \quad (2.20)$$

sedangkan untuk memperoleh nilai  $\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j \right]^{-1}$  dilakukan operasi invers dari total penjumlahan keseluruhan nilai triangular *fuzzy*. Berikut ini merupakan nilai  $\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j \right]^{-1}$  secara matematis:

$$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \tilde{M}_i^j \right]^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n u_i, \sum_{j=1}^m m_i, \sum_{i=1}^n l_i} \quad (2.21)$$

dimana:

$\tilde{M}$  = objek (kriteria, sub kriteria, alternatif, sub alternatif)

$i$  = baris ke –  $i$

$j$  = kolom ke –  $j$

$l$  = nilai lower

$m$  = nilai medium

$u$  = nilai upper

- d. Menentukan nilai vektor ( $V$ ) dan nilai ordinat defuzzifikasi ( $d'$ )

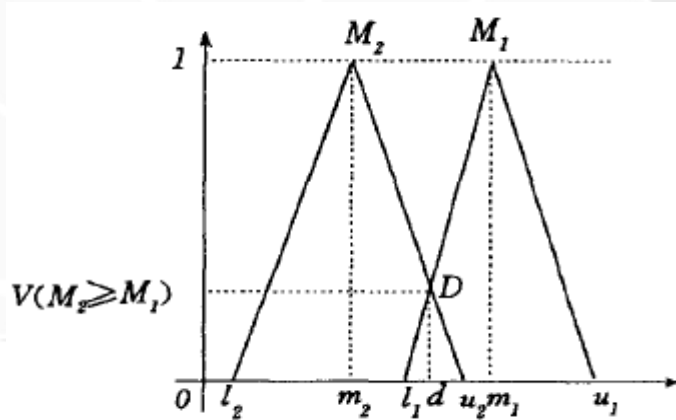
Menentukan nilai vektor ( $V$ ) merupakan langkah untuk melakukan perbandingan tingkat kemungkinan antar *fuzzy numbers* masing-masing elemen. Perbandingan antara  $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$  dan  $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$  jika tingkat kepentingan  $M_2 \geq M_1$  maka nilai vektor secara matematis dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$V(M_2 \geq M_1) = \sup [\min \mu_{M_2}((x)\mu_{M_1}(y))] \quad (2.22)$$

dan setara dengan

$$V = (M_2 \geq M_1) = \text{hgt}(M_1 \cap M_2) \quad (2.23)$$

$$V = \begin{cases} 1, & \text{if } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{if } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.24)$$



**Gambar 2.6. Grafik Nilai Vektor**

(Sumber: Chang, 1996 dan Kahraman dkk, 2003)

Menentukan nilai ordinat defuzzifikasi ( $d'$ )

Nilai ordinat defuzzifikasi ( $d'$ ) merupakan penggambaran dari pilihan relatif masing-masing elemen keputusan. Nilai  $d'$  diperoleh dari nilai minimum perbandingan nilai vektor yaitu:

$$d'(A_i) = \min V(S_i \geq S_k) \quad (2.25)$$

Nilai bobot vektor di atas dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T \quad (2.26)$$

- e. Normalisasi nilai bobot *fuzzy* ( $W'$ ) menjadi nilai bobot ( $W$ )

Normalisasi nilai bobot *fuzzy* dilakukan dan dapat dihasilkan nilai bobot ternormalisasi seperti berikut ini:

$$W = (d(A_1), d(A_2), \dots, d(A_n))^T \quad (2.27)$$

Nilai  $W$  saat ini merupakan bukan bilangan *fuzzy* (Chang, 1996 dan Yanuar dkk, 2014) yang menjadi nilai bobot prioritas sebuah elemen terhadap elemen lainnya.

- f. Perhitungan nilai bobot global

Perhitungan nilai bobot global melalui langkah seperti penentuan nilai bobot global pada metode AHP. Perhitungan nilai bobot global akan menentukan prioritas secara keseluruhan untuk mencapai suatu tujuan.